



Corrigé du Contrôle 2

Solution de l'exercice 1.

- Entre 2011 et 2012, le compte de Jimmy est passé de $y_1 = 3000 \text{ €}$ à $y_2 = 3030 \text{ €}$. Donc par la formule du cours, le taux d'évolution associé en pourcentage est de

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \times 100 = \frac{3030 - 3000}{3000} \times 100 = \frac{30}{3000} \times 100 = 1.$$

Entre 2011 et 2012, Jimmy a profité d'un taux d'intérêt de 1%.

- Vérifions que ce taux d'intérêt est toujours le même entre 2016 et 2015. On calcule le taux d'évolution/d'intérêt entre 2015 et 2016 et l'on vérifie que l'on est toujours à 1% :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \times 100 = \frac{3153,01 - 3121,8}{3153,01} \times 100 = 0,9997 \simeq 1\%.$$

Donc le taux d'intérêt est toujours le même entre 2015 et 2016. On peut même s'amuser à le vérifier pour les autres années (entre 2012 et 2013, entre 2013 et 2014, entre 2014 et 2015) on aura toujours un taux d'intérêt à 1%.

- Puisque ce compte en banque possède un taux d'intérêt de 1%, on applique cette évolution au compte en 2016 pour obtenir le montant en 2017 :

$$y_2 = y_1 \left(1 + \frac{t}{100}\right).$$

Ici la valeur initiale y_1 vaut 3153,01 et le taux d'intérêt est de $t = 1\%$. Donc,

$$y_2 = 3153,01 \left(1 + \frac{1}{100}\right) = 3184,54 \text{ €}.$$

En 2017, Jimmy aura 3184,54 € sur son compte.

- Entre 2011 et 2016, le taux d'évolution est de

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \times 100 = \frac{3153,01 - 3000}{3000} \times 100 = \frac{15,301}{3} = 5,1\%.$$

Entre 2011 et 2016, le compte de Jimmy a augmenté de 5,1%.

Solution de l'exercice 2.

- En 2004, on a 626 députés. En 2007 ce nombre connaît une évolution de 17,57%, on obtient donc

$$y_2 = y_1 \left(1 + \frac{t}{100}\right) = 626 \left(1 + \frac{17,57}{100}\right) = 626 \times 1,1757 = 735,988 \simeq 736.$$

En 2007, le parlement européen comptait donc 736 députés.

- Le nombre de nouveaux députés correspond à la variation absolue (le nombre total en 2007 moins le nombre total en 2006) :

$$736 - 626 = 110.$$

En 2007, le parlement a accueilli 110 nouveaux députés.



3. En 2014, ce nombre de 736 députés a de nouveau augmenté et de 2,04% cette fois-ci, on applique donc cette nouvelle évolution :

$$y_2 = y_1 \left(1 + \frac{t}{100}\right) = 736 \left(1 + \frac{2,04}{100}\right) = 736 \times 1,0204 = 751.$$

En 2014 le parlement comptait donc 751 députés.

4. Dans cette question, deux solutions sont possibles : puisque l'on connaît par les calculs précédents le nombre de députés en 2004 et 2014, on peut directement en déduire le taux d'évolution :

$$t_g = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \times 100 = \frac{751 - 626}{626} \times 100 = 19,97\%.$$

Une seconde façon est de calculer le taux d'évolution global à partir des autres taux d'évolutions :

$$1 + \frac{t_g}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) = \left(1 + \frac{17,57}{100}\right) \left(1 + \frac{2,04}{100}\right) = 1,1757 \times 1,0204 = 1,1997.$$

On en déduit alors t_g :

$$\frac{t_g}{100} = 1,1997 - 1 = 0,1997 \quad \Leftrightarrow \quad t_g = 0,1997 \times 100 = 19,97\%.$$

Le taux d'évolution global entre 2004 et 2014 est donc de 19,97%.

5. Pour ce taux d'évolution global, nous n'avons pas le choix car nous n'avons accès qu'aux autres taux d'évolutions (et non aux valeurs initiales et finales) : on a une diminution des députés français de 20,83% donc $t_1 = -20,83$ puis une augmentation de 2,78% donc $t_2 = 2,78$. On obtient donc :

$$1 + \frac{t_g}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) = \left(1 - \frac{20,83}{100}\right) \left(1 + \frac{2,78}{100}\right) = 0,7917 \times 1,0278 = 0,8137.$$

D'où

$$\frac{t_g}{100} = 0,8137 - 1 = -0,1863 \quad \Leftrightarrow \quad t_g = -0,1863 \times 100 = -18,63\%.$$

Entre 2004 et 2014, le nombre de députés français a diminué de 18,63%.

6. Parmi les 626 députés en 2004, on sait que 13,9% des députés sont français soit

$$\frac{13,9}{100} \times 626 = 0,139 \times 626 = 87.$$

En 2004, le parlement européen comptait 87 députés français.

7. Puisqu'en 2007 le nombre de députés français a diminué de 20,83%, on en déduit que

$$y_2 = y_1 \left(1 - \frac{t}{100}\right) = 87 \left(1 - \frac{20,83}{100}\right) = 87 \times 0,7917 = 69.$$

En 2007, le parlement européen comptait 69 députés français.

Solution de l'exercice 3.

1. Le produit A vaut HT 120 €. Pour obtenir le prix TTC, il suffit d'appliquer une évolution de 20% :

$$y_2 = y_1 \left(1 + \frac{t}{100}\right) = 120 \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 120 \times 1,2 = 144 \text{ €}.$$

Le produit A vaut TTC 144 €.



2. Le montant de la TVA est le prix que l'on doit ajouter au prix HT pour obtenir le prix TTC. Il correspond donc à la variation absolue du prix :

$$y_2 - y_1 = 144 - 120 = 24 \text{ €}.$$

Le montant de la TVA du produit A est de 24 €.

3. Soit t_r le taux d'évolution réciproque de la TVA. On a

$$1 + \frac{t_r}{100} = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}} = \frac{1}{1 + \frac{20}{100}} = \frac{1}{1,2} = 0,83333.$$

Donc

$$\frac{t_r}{100} = 0,83333 - 1 = -0,16667 \quad \Leftrightarrow \quad t_r = -0,16667 \times 100 = -16,667\%.$$

Le taux réciproque de la TVA est de $-16,667\%$. Il permet de faire l'évolution inverse c'est-à-dire de passer du prix TTC au prix HT.

4. Puisque le prix TTC est de 90 €, en lui appliquant une diminution de $16,667\%$, on obtient le prix HT :

$$y_2 = y_1 \left(1 + \frac{t_r}{100} \right) = 90 \left(1 - \frac{16,667}{100} \right) = 90 \times 0,83333 = 75 \text{ €}.$$

Le prix HT du produit B est de 75 €.

5. Le montant de la TVA du produit B est donc de

$$90 - 75 = 15 \text{ €}.$$

6. Si l'on applique une évolution de $5,5\%$ au prix de 800 €, on obtient

$$p_1 = 800 \left(1 + \frac{5,5}{100} \right) = 800 \times 1,055 = 844 \text{ €}.$$

Le prix TTC de la facture C avec une TVA de $5,5\%$ est de 844 €.

7. Si l'on applique une évolution de 20% au prix de 800 €, on obtient

$$p_2 = 800 \left(1 + \frac{20}{100} \right) = 800 \times 1,2 = 960 \text{ €}.$$

Le prix TTC de la facture C avec une TVA de 20% est de 960 €.

8. Au lieu de payer 960 € pour une TVA normale, on ne paye que 844 € avec une TVA réduite, ce qui correspond à une économie (variation absolue) de $960 - 844 = 116 \text{ €}$.

9. Le taux d'évolution de p_1 à p_2 est de

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} \times 100 = \frac{960 - 844}{844} \times 100 = 13,74\%,$$

ce qui est bien différent de $20 - 5,5 = 14,5\%$.